PITAGORAS ACADEMIA

EJERCICIOS CLASE - ÁLGEBRA

CAPÍTULO: FUNCIONES
TEMA: ALGEBRA DE FUNCIONES-FUNCIONES NOTABLES-TRAZADO DE GRAFICAS-FUNCION INVERSA
PRODUCTO: UNI AVANZADO
PROFESOR: FREDDY AVALOS CUARITE

1. Determine el valor de verdad (V) o falsedad (F) según corresponda.

I. Si $f_{(x)}=x\,\text{sgn}\,x;\ x\in\mathbb{R}$ y
$g_{(x)}=|x|;\ x\in\mathbb{R} \rightarrow f=g$

II. Si $f_{(x)}=\sqrt{x^2-x}$ y $g_{(x)}=\sqrt{x}\cdot\sqrt{x-1}$
$\rightarrow f=g$

III. Si $\text{Dom}f=\text{Dom}g \wedge \text{Ran}f=\text{Ran}g \rightarrow f=g$

A) VVV B) FFV C) VFV
D) VFF E) FVV

2. Sean las funciones
$f=\{(-1;1),(2;3),(0;4),(4;5)\}$ y
$g_{(x)}=2x-1;\ x\le 3.$
Determine la suma de elementos del rango de la siguiente función:

$$\left(5f^2-3\frac{f}{g}\right)$$

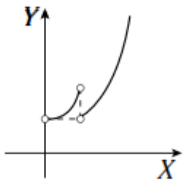
A) 200 B) 140 C) 130
D) 120 E) 110

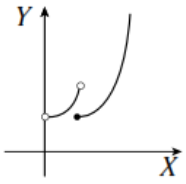
3. Si se tiene que
$f_{(x)}=2x-1;\ x\ge -1$ y
$g_{(x)}=3-2x;\ x<3,$
determine el rango de $f\cdot g$.

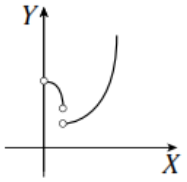
A) $[-10;5]$ B) $[-15;0]$ C) $[0;16]$
D) $[-16;0]$ E) $[-15;1]$

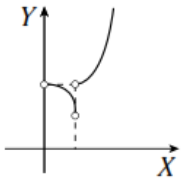
4. Grafique $f+g$ si
$f_{(x)}=x^2$

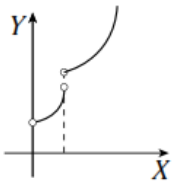
$$g_{(x)}=\begin{cases}x+1 & ;\ 0<x<1\\ x-1 & ;\ x>1\end{cases}$$

A) 

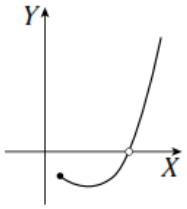
B) 

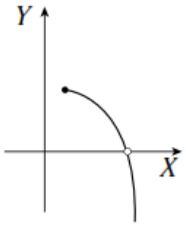
C) 

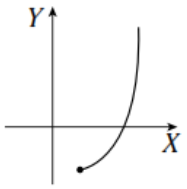
D) 

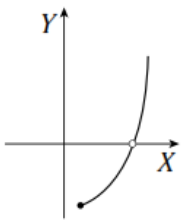
E) 

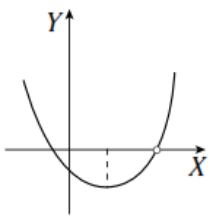
5. Sean las funciones
$f_{(x)}=x^3-3x+2;\ x\ge 1/2$ y
$g_{(x)}=|2x-1|-x;\ x\in\mathbb{R}.$
Determine la gráfica de f/g.

A) 

B) 

C) 

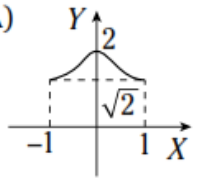
D) 

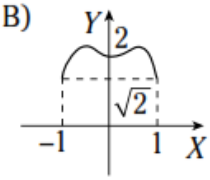
E) 

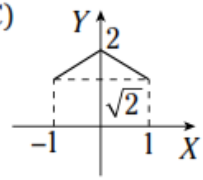
6. Esboce la gráfica $h+g$ si

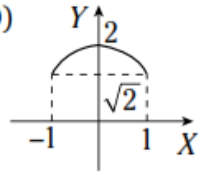
$h_{(x)} = \sqrt{x+1} + x$ y

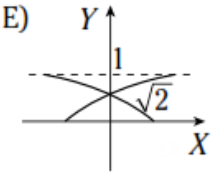
$g_{(x)} = \sqrt{1-x} - x.$

A) 

B) 

C) 

D) 

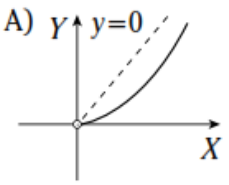
E) 

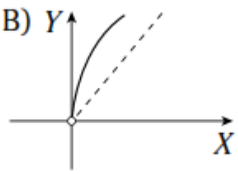
7. Dadas las funciones

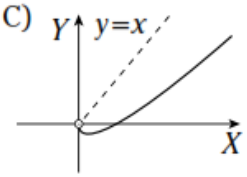
$f = \{(x; y) \in \mathbb{R}^2 / y = x + e\}$ y

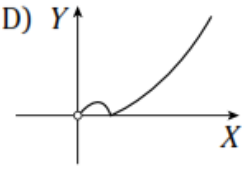
$g = \{(x; y) \in \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R} / y = -\sqrt{x} + e\},$

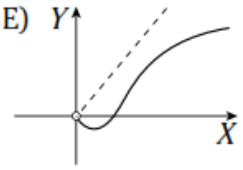
grafique $f+g$.

A) 

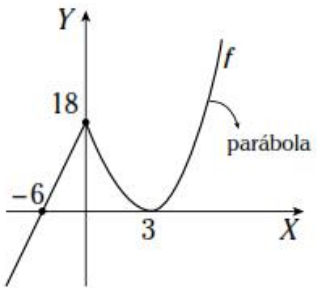
B) 

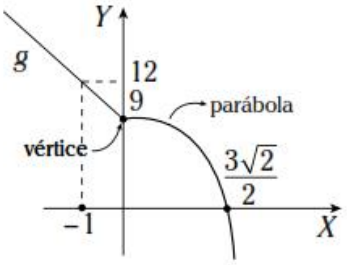
C) 

D) 

E) 

8. Las siguientes gráficas corresponden a las funciones f y g:





Determine $(f+g)$.

A) $f+g = \begin{cases} 27-2x; & x \geq 0 \\ 27 & ; \ x < 0 \end{cases}$

B) $f+g = \begin{cases} 18-3x; & x \geq 0 \\ 27-x & ; \ x < 0 \end{cases}$

C) $f+g = \begin{cases} 27-x; & x \leq 0 \\ 18 & ; \ x > 0 \end{cases}$

D) $f+g = \begin{cases} 27-2x; & x \geq 0 \\ 18 & ; \ x < 0 \end{cases}$

E) $f+g = \begin{cases} 27-12x; & x \geq 0 \\ 27 & ; \ x < 0 \end{cases}$

9. Sean las funciones $f_{(x)} = x^2 - x; \ x^2 \geq 1$ y $g_{(x)} = \sqrt{2-x}$. Determine Dom$(g \circ f)$.

A) $\langle -\infty; -1] \cup [1; +\infty\rangle$

B) $[1; 2] \cup \{-1\}$

C) $[1; 2]$

D) $[-1; 2]$

E) $\langle -\infty; -1] \cup [1; 2]$

10. Sean las funciones

$f_{(x)} = \dfrac{x^2+2}{x}$ y

$g_{(x)} = \sqrt{3-x}$.

Determine el dom$(g \circ f)$.

A) $\langle -\infty; 0] \cup [1; +\infty\rangle$
B) $\langle -\infty; 0\rangle \cup [1; 2]$
C) $\langle -\infty; 0\rangle \cup [1; 3]$
D) $[1; 2]$
E) $\langle -\infty; -1\rangle \cup [1; 2]$

11. Sean las funciones

- $f_{(x)} = x+1; x \in \langle -10; 4]$
- $g_{(x)} = 2x-1; x \in [-2; 12\rangle$
- $h_{(x)} = 1-3x; x \in \langle 0; 6]$

Calcule Ran$((f+g) \circ h)$.

A) $\langle 0; 4]$ B) $\langle 0; 1]$ C) $[-2; 12\rangle$
D) $\langle -10; 12\rangle$ E) $[-6; 3\rangle$

12. Un globo esférico está siendo inflado. El radio del globo crece a velocidad de 3 cm/s.

a. Encuentre una función f que modele el radio como una función del tiempo.
b. Encuentre una función g que modele el volumen como una función del radio.
c. Halle $g \circ f$. ¿Qué representa esta función?

A) $f_{(t)} = 3t$; $g_{(r)} = \dfrac{4}{3}\pi r^3$; $(g \circ f)_{(t)} = 36\pi t^3$ representa el volumen en t s.

B) $f_{(t)} = 3t^2$; $g_{(r)} = 2\pi r^2$; $(g \circ f)_{(t)} = 36\pi t^2$ representa el área en t s.

C) $f_{(t)} = 3t$; $g_{(r)} = 4\pi r^3$; $(g \circ f)_{(t)} = 36\pi t^3$ representa el volumen en t s.

D) $f_{(t)} = 3t^2$; $g_{(r)} = \dfrac{4}{3}\pi r^3$; $(g \circ f)_{(t)} = 9\pi t^3$ representa el volumen en t s.

E) $f_{(t)} = 3t$; $g_{(r)} = \dfrac{4}{3}\pi r^3$; $(g \circ f)_{(t)} = 36t^3$ representa el área en t s.

13. Indique verdadero (V) o falso (F) respecto a las siguientes proposiciones:

I. Si f y g son funciones crecientes, entonces $f_{(x)}+g_{(x)}$ es creciente $\forall\, x \in \text{Dom}f \cap \text{Dom}g \neq \phi$.
II. Si f y g son decrecientes, entonces $f_{(g_{(x)})}$ es creciente $\forall\, x \in \text{Dom}f \circ g \neq \phi$.
III. Si f es creciente y g es decreciente, entonces $(f^3 - g^5)_{(x)}$ es creciente $\forall\, x \in \text{Dom}f \cap \text{Dom}g \neq \phi$.

A) FFF B) VFV C) VVF
D) VFF E) VVV

14. Indique la secuencia correcta de verdad (V) o falsedad (F) respecto a las siguientes afirmaciones:

I. Si f es par y g impar, entonces $f \circ g$ es impar. Considere Dom $f \circ g \neq \phi$.
II. Si f es impar, entonces $f \circ f \circ f \circ f$ es impar. Considere Dom$(f \circ f \circ f \circ f) \neq \phi$.
III. Si f es una función par y g una función par, entonces $f \circ g$ es par. Considere Dom$f \circ g \neq \phi$.

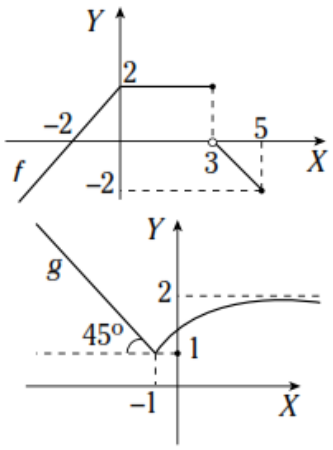
A) FVV B) VFF C) FFV
D) FFF E) VFV

15. Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda. Considere que todas las funciones existan.

I. $f \circ (g \circ h) = (f \circ g) \circ h$
II. $(f+g) \circ h = f \circ h + g \circ h$
III. $(f \times g) \circ h = (f \circ h) \times (g \circ h)$
IV. $(f \circ g) \times h = (f \times h) \circ (g \times h)$

A) VVVV B) FFFF C) VVVF
D) VFVF E) VVFF

16. Se tienen las gráficas de las funciones f y g, tal como se muestra a continuación:



Determine las proposiciones que son correctas.

I. $\text{Dom}\, f \circ g = [-5; +\infty\rangle$

II. $\text{Dom}\, g \circ f = \langle -\infty; 5]$

III. $\text{Ran}\, f \circ g = [-2; 0\rangle \in \{2\}$

IV. $\text{Ran}\, g \circ f = [1; +\infty\rangle$

A) I y III
B) I y II
C) solo II
D) II, III y IV
E) I, II, III y IV

17. Calcule f^* si se tiene que

$$f_{(x)} = x^2 - 3x + 1 \ \wedge \ \text{Dom}\, f = \langle -\infty; 1]$$

A) $f^*_{(x)} = \dfrac{3}{2} - \dfrac{\sqrt{4x+5}}{2}$; $\text{Dom}\, f^* = [-1; +\infty\rangle$

B) $f^*_{(x)} = \dfrac{3}{2} + \dfrac{\sqrt{4x+5}}{2}$; $\text{Dom}\, f^* = \langle -\infty; -1]$

C) $f^*_{(x)} = \dfrac{3}{2} - \sqrt{4x+5}$; $\text{Dom}\, f^* = [-1; 1]$

D) $f^*_{(x)} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{2x+5}}{2}$; $\text{Dom}\, f^* = \langle -\infty; -1]$

E) $f^*_{(x)} = \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{2x+5}}{2}$; $\text{Dom}\, f^* = [-1; 1]$

PARA EL ALUMNO

1. Indique verdadero (V) o falso (F) según las siguientes proposiciones:

I. $f_{(x)} = \sqrt{ax+b} \ \wedge \ a \neq 0$ es siempre inyectica.

II. $\exists\, a \ \wedge \ b \in \mathbb{R} - \{0\} \,/\, f_{(x)} = x^3 + ax^2 + bx + 2$ es siempre inyectiva.

III. $f_{(x)} = \dfrac{ax+b}{mx+n}$ es inyectiva $\forall\, an \neq bm$.

IV. $g_{(x)} = ax^2 + bx + c \ \wedge a \neq 0$ es inyectiva $\forall\, x \in \left\langle -\infty; -\dfrac{b}{2a}\right]$.

A) VVVV B) VFVF C) VVFV
D) VFVV E) FVVF

2. Se tiene que $f : \mathbb{R} \to B$; $f_{(x)} = |x-2| - x$; además f es sobreyectiva. Determine B.

A) $[-2; +\infty\rangle$ B) $[0; +\infty\rangle$ C) $[-1; +\infty\rangle$
D) $[1; +\infty\rangle$ E) $\langle -\infty; -2]$

3. Sea f: $\mathbb{R} \to \langle -1; 1\rangle$; además

$$f_{(x)} = \frac{x}{1+|x|}$$

Indique verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. f es inyectiva.
II. f es sobreyectiva.
III. f es biyectiva.

A) VFF B) FVF C) VVV
D) VVF E) FFF

4. Sea $f : [1; 2\rangle \to \left\langle -\dfrac{1}{5}; 0\right]$, tal que

$$f_{(x)} = \frac{|x-2|-1}{|x+3|}.$$

Determine cuál o cuáles de l s si ientes afirmaciones son correctas.

I. f es suryectiva.
II. f no es acotada.
III. $\text{Ran}\, f = \langle 0; 1]$

A) solo I B) solo II C) solo III
D) I y II E) I y III

5. Sean las funciones

$f_{(x)} = 4\sqrt{x} - x;\ x \in [0;1]$ y

$g_{(x)} = \left(2 - \sqrt{4-x}\right)^2;\ x \in [0;3]$.

Determine $f^*_{\left(\frac{7}{4}\right)} + g^*_{(1)}$.

A) 3 B) 12 C) 11/4
D) 2 E) 13/4

6. Determine la inversa de la función f.

$f_{(x)} = \sqrt{5-x}\,(|x-5|+1+x)$

A) $\dfrac{20-x^2}{36};\ x \geq 0$

B) $\dfrac{180-x^2}{36};\ x \geq 0$

C) $\dfrac{x^2-20}{36};\ x > 0$

D) $\dfrac{x^2-180}{36};\ x \geq 0$

E) $\dfrac{36-x^2}{180};\ x \geq 0$

7. Si tenemos la función

$f = \left\{(x;y) \in \langle 1;+\infty\rangle \times \mathbb{R} \,/\, x + y = yx^2\right\}$,

determine la función g.

$g = \left\{(y;x) \in \mathbb{R}^2 \,/\, (x;y) \in f\right\}$

A) $g_{(x)} = \dfrac{1-\sqrt{4x^2+1}}{2x};\ x \in \mathbb{R}$

B) $g_{(x)} = \dfrac{1+\sqrt{4x^2+1}}{2x};\ x \in \mathbb{R}$

C) $g_{(x)} = \dfrac{1+\sqrt{4x^2+1}}{2x};\ x \in \mathbb{R}^+$

D) $g_{(x)} = \dfrac{1-\sqrt{4x^2+1}}{2x};\ x \in \mathbb{R} - \{0\}$

E) $g_{(x)} = \dfrac{1+\sqrt{4x^2+1}}{2x};\ x \in \mathbb{R}^+ \cup \{0\}$

8. Sea F una función.

$F_{(x)} = x + \sqrt{x};\ x \geq 4$

Determine $F^*_{(x)}$.

A) $F^*_{(x)} = x + \dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{4x+1}}{2};\ x \geq 6$

B) $F^*_{(x)} = \dfrac{x}{2} + \sqrt{4x+1};\ x \geq 4$

C) $F^*_{(x)} = -\dfrac{1}{4}\left(\sqrt{5-4x}-1\right)^2;\ x \geq 5$

D) $F^*_{(x)} = -\dfrac{1}{4}\left(\sqrt{5-4x}-1\right)^2;\ x \geq 6$

E) $F^*_{(x)} = x + \dfrac{1}{2} - \dfrac{\sqrt{4x+1}}{2};\ x \geq 6$

9. Si f, g y h son funciones biyectivas y f o f^{-1}, f^{-1} o f, f o g o h y h^{-1} o g^{-1} o f^{-1} existen, señale verdadero (V) o falso (F) respecto de las siguientes proposiciones:

I. $\text{Dom}\left(f \circ f^{-1}\right) = \text{Dom} f^{-1} = \text{Ran} f$

II. $\text{Dom}\left(f^{-1} \circ f\right) = \text{Dom} f$

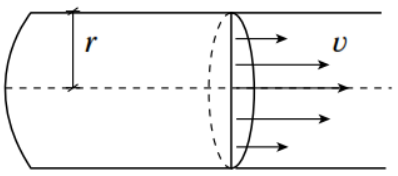
III. $(f \circ g \circ h)^{-1} = h^{-1} \circ g^{-1} \circ f^{-1}$

A) VFV B) FFV C) VVF
D) VVV E) FVV

10. Cuando la sangre se mueve por una vena o arteria, su velocidad v es mayor a lo largo del eje central y disminuye a medida que se incrementa la distancia r desde el eje central (ver el gráfico). Para una arteria con radio 0,5 cm, v está dada como una función de r por

$v_{(r)} = 18\,500\left(0{,}25 - r^2\right)$

Encuentre la regla de correspondencia de v^{-1} e indique lo que representa.



A) $v^{-1}(s)=\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{s}{18\,500}}$ representa la velocidad de la sangre a una distancia (s) desde el eje central.

B) $v^{-1}(s)=\sqrt{\frac{1}{4}-\frac{S}{18500}}$ representa la distancia del eje central para una respectiva velocidad (s).

C) $v^{-1}(s)=\sqrt{\frac{1}{4}-\frac{s}{18\,500}}$ representa la velocidad de la sangre a una distancia (s) desde el eje central.

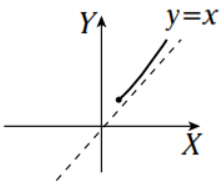
D) $v^{-1}(s)=\sqrt{1-\frac{s}{18\,500}}$ representa la distancia de la sangre a una distancia (s) desde el eje central.

E) $v^{-1}(s)=\sqrt{\frac{1}{2}-\frac{s}{18\,500}}$ representa la distancia de la sangre a una distancia (s) desde el eje central.

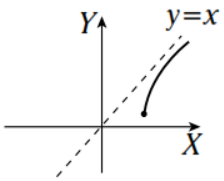
11. Determine la gráfica de f^* si

$$f_{(x)}=\frac{x^2+1}{x};\ x\geq 1.$$

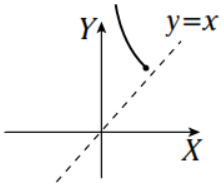
A)



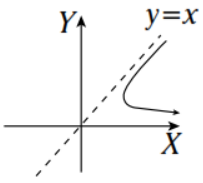
B)



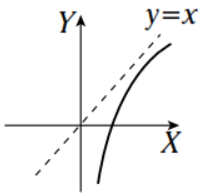
C)



D)



E)



1.A	2.A	3.C	4.A	5.E
6.B	7.C	8.E	9.D	10.B